Write the following augmented matrices in reduced row echelon form.

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 5 & | & 7 \\ -2 & -7 & | & -5 \end{bmatrix}$$

$$Answer: \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & -8 \\ 0 & 1 & | & 3 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 & | & 1 \\ 1 & 3 & 5 & | & 131 \\ 0 & -1 & -6 & | & -115 \end{bmatrix}$$

$$Answer: \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 7 \\ 0 & 1 & 0 & | & 13 \\ 0 & 0 & 1 & | & 17 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -8 & 8 & | & -2 \\ -6 & 3 & -15 & | & 9 \end{bmatrix}$$

$$Answer: \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{bmatrix} -2 & -2 & -3 & | & 22 \\ -3 & 0 & -4 & | & 27 \\ -1 & -5 & -1 & | & 19 \end{bmatrix}$$

$$Answer: \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -9 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

## Solutions

2.

3.

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -8 & 8 & | & -2 \\ -6 & 3 & -15 & | & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2R_1 + R_2 \to R_2} \xrightarrow{6R_1 + R_3 \to R_3} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & -2 & 6 & | & 10 \\ 0 & -15 & -9 & | & 33 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(-15/2)R_2 + R_3 \to R_3} \xrightarrow{(-15/2)R_2 + R_3 \to R_3} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & -2 & 6 & | & 10 \\ 0 & 0 & -54 & | & 108 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(-1/54)R_2} \xrightarrow{-R_3 + R_1 \to R_1} \xrightarrow{(-R_3 + R_1 \to R_1)} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & -2 & 6 & | & 10 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(-1/2)R_2} \xrightarrow{(-1/2)R_2} \xrightarrow{(-1/2)R_2} \xrightarrow{(-1/2)R_2} \xrightarrow{(-1/2)R_2} \xrightarrow{(-1/2)R_2 + R_3 \to R_3} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & -2 & 6 & | & 10 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{bmatrix}$$

4.

$$\begin{bmatrix} -2 & -2 & -3 & | & 22 \\ -3 & 0 & -4 & | & 27 \\ -1 & -5 & -1 & | & 19 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 & | & 19 \\ -2 & -2 & -3 & 22 \\ -3 & 0 & -4 & 27 \\ 1 & 5 & 1 & -19 \\ -2 & -2 & -3 & 22 \\ -3 & 0 & -4 & 27 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-R_1} \begin{bmatrix} 2R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ 3R_1 + R_3 \rightarrow R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & -19 \\ 0 & 8 & -1 & -16 \\ 0 & 15 & -1 & -30 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(-15/8)R_2 + R_3 \rightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & -19 \\ 0 & 8 & -1 & -16 \\ 0 & 0 & 7/8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(8/7)R_3} \begin{bmatrix} (8/7)R_3 \\ -R_3 + R_2 \rightarrow R_2 \\ \hline -R_3 + R_2 \rightarrow R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & -19 \\ 0 & 8 & -1 & -16 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{(1/8)R_2} \xrightarrow{(1/8)R_2} \begin{bmatrix} (1/8)R_2 \\ -5R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & -19 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$